

## KONSTRUISANJE I POUZDANOST ELEMENATA KONSTRUKCIJE CONSTRUCTION AND RELIABILITY OF ELEMENTS STRUCTURE

**Dr.Sc. Mustafa Imamović**  
**Dr.Sc. Sabahudin Jašarević**  
**Univerzitet u Zenici**

### **REZIME**

*U ovom radu se daje mogućnost predviđanja pouzdanosti elemenata konstrukcije u procesu konstruisanja. Osnova za to je poznavanje radnih i kritičnih stanja tj njihovih pokazatelja koji se mogu predstaviti pomoću odgovarajućih raspodjela. Nakon što se odrede ili pretpostave moguće raspodjele neophodno je iste preklapati onoliko koliku pouzdanost konstrukcije želimo. Stepenn preklapanja je mjerilo za vjerovatnoću otkaza elemenata konstrukcije koja se može definirati i kao veličina faktora rizika  $\beta$  za određene konstrukcije. U radu se daje metodologija proračuna u toku konstruisanja elemenata konstrukcije.*

**Ključne riječi:** pouzdanost elemenata konstrukcije, vjerovatnoća otkaza, faktor rizika

### **ABSTRACT**

*This paper gives the possibility to predict the reliability of structural elements in the design process. The basis for this is knowledge of working and critical status that their indicators which can be presented using the appropriate distribution. After you determine or assume the allocation is necessary to the same switch as much reliability of the structure we want. The degree of overlap is a measure of the probability of cancellation of structural elements which can be defined as the size of the risk factors  $\beta$  for certain structures. The paper presents a methodology for the calculation during the construction of elements structure.*

**Keywords:** reliability of elements structure, probability of failure, risk factor

### **1. UVOD**

Pouzdanost je vjerovatnoća, na određenom nivou povjerenja, da će uređaj / sistem uspješno obavljati funkciju za koju je namijenjen, bez otkaza i unutar specificiranih granica performansi, uzimajući u obzir prethodno vrijeme korištenja sistema, u toku specificiranog vremena trajanja zadatka, kada se koristi na propisan način i u svrhu za koju je namijenjen pod specificiranim nivoima opterećenja. Ona se iskazuje kao vjerovatnoća, brojčano od 0–1 (0% - 100%) [1]. Pri tome su otkazi mjera nepouzdanosti tj. stanja kada elementi ne mogu da vrše ispravno svoju funkciju. Predviđanje ovih kritičnih stanja se svodi na procjenu uzroka, odnosno predviđanje vjerovatnoće otkaza koja predstavlja nepouzdanost  $F$  i koja omogućuje određivanje pouzdanosti na osnovu jedinstvene veze  $F+R=1$ .

U postupku konstruisanja mašinskih sistema neophodno je odrediti pouzdanost elemenata kako bi se mogla odrediti / predvidjeti pouzdanost cijelog sistema. Dva su osnovna elementa koje je neophodno poznavati u postupku predviđanja pouzdanosti elementa sistema, a to su

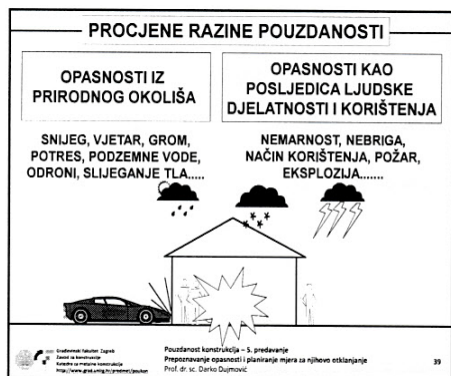
raspodjele radnih i kritičnih stanja (napona), te stepen preklapanja funkcija koje opisuju ta stanja za radni vijek [2].

Radna stanja / napone je moguće u slučaju konstruisanja pretpostaviti za predviđene radne uslove elemenata sistema, te definisati funkciju za radni vijek. Za tako definisanu funkciju moguće je odrediti funkciju kritičnih stanja. Uspostavljanjem odnosa stanja moguće je definisati stepen preklapanja, odnosno vjerovatnoću otkaza koja predstavlja nepouzdanost. Na osnovu ovako definisane nepouzdanosti može se predvidjeti pouzdanost elemenata, a time se uspostavlja i uslovi da se odredi pouzdanost posmatranog mašinskog sistema.

## 2. INDEKS POUZDANOSTI

U svakodnevnom životu ljudi su izloženi različitim opasnostima koje je potrebno uočiti, a nakon toga za njih prikupiti i odgovarajuće statističke podatke. Kako bi se shvatila suština pouzdanosti kod konstrukcija, naovde se neki rizici gubljenja ljudskog života u svakodnevnim situacijama, tabela 1. Na taj način se može uporediti vjerovatnoća gubljenja života sa vjerovatnoćom otkazivanja konstrukcije.

Iz dostupnih podataka se može zaključiti da se red vjerovatnoće gubitka života u ovisnosti od vrste nesreće kreće između donje i gornje granice:  $P_f = 10^{-3} \div 10^{-8}$ . Dakle, može se postaviti grubi zahtjev da vjerovatnoća otkaza konstrukcije se kreće  $10^{-3} \div 10^{-8}$ . Ova vrijednost podrazumijeva da se od oko 10 miliona objekata / konstrukcija može uništiti samo jedna. Tako se u EN 1990 : 2002 vjerovatnoća otkazivanja za krajnje granično stanje za jednu godinu definira u iznosu od  $P_f = 10^{-6}$ .



Slika 1. Vrste opasnosti za konstrukciju

Tabela 1. Rizici kod konstrukcija

PROCJENE RAZINE POUZDANOSTI		
RIZICI ŽIVOTNIH SITUACIJA		RIZICI KOD KONSTRUKCIJA
o pad s motora	$2,7 \cdot 10^{-4}$	?
o utapljanje	$2,9 \cdot 10^{-5}$	
o požar	$3,7 \cdot 10^{-5}$	
o željeznica	$5,0 \cdot 10^{-6}$	
o avion	$9,0 \cdot 10^{-6}$	
o ugriz životinja	$2,2 \cdot 10^{-7}$	
o glad	$9,7 \cdot 10^{-7}$	
o promjena tlaka	$6,5 \cdot 10^{-8}$	

U osnovi vjerovatnoća otkaza konstrukcije  $P_f$ , a nakon toga i zahtjevana pouzdanost  $R$ , se definira sa indeksom pouzdanosti  $\beta$ . Za različite vrijednosti  $\beta$  daju se različite vrijednosti  $P_f$  ili obrnuto[5].

Tabela 2. Odnos između  $\beta$  i  $P_f$

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

Za probabilistički proračun konstrukcija može se definirati da je pouzdanost / vjerovatnoća preživljavanja definirana kao:

$$P_s = (1 - P_f) \quad \dots(1)$$

Vrijednost indeksa pouzdanosti  $\beta$ , koja treba zadovoljiti konstrukciju, da bi se mogla smatrati sigurnom je definirana sa EN 1990. Vrijednosti su date za različito granično stanje, te različita referentna razdoblja, tabela 2.

Tabela 3. Zahtijevani indeksi pouzdanosti

ZAHTIJEVANI INDEKSI POUZDANOSTI $\beta$	
<p>EUROCODE 0</p> <p>Basis of design</p>	<p>KGS <math>\rightarrow \beta = 3,8</math></p> <p>GSU <math>\rightarrow \beta = 1,5</math></p>
	<p><math>\beta = 3,8</math> vrijedi za:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><input type="radio"/> T=50 godina</li> <li><input type="radio"/> <math>p_f = 7,2 \cdot 10^{-5}</math> (za 50 god.)</li> <li><input type="radio"/> <math>p_f = 1,5 \cdot 10^{-6}</math> (za 1 god.)</li> </ul>
<p><small>Crkveničević, Ninković, Jagan, Pouzdanost konstrukcija – 5. predavanje Znanje za konstruiranje Prepoznavanje opasnosti i planiranje mjera za njihovo otklanjanje Prof. dr. sc. Darko Dujmović</small></p>	

ZAHTIJEVANI INDEKSI POUZDANOSTI $\beta$				
	GSU	KGS		
		OČEKIVANE POSLJEDICE OTKAZIVANJA		
		MALE	SREDNJE	VELIKE
VISOKA	1,0	2,8	3,3	3,8
SREDNJA	1,5	3,3	3,8	4,3
NISKA	2,0	3,8	4,3	4,8

Ukoliko želimo da vršimo probabilistički proračun konstrukcija, neophodno je poznavati vjerovatnoću otkaza.

### 3. VJEROVATNOĆA OTKAZA

U procesu konstruisanja predviđa se vjerovatnoća otkaza elemenata / osnovnog dijela odnosno njihova pouzdanost. Na osnovu definisane pouzdanosti, utvrđuju se dimenzije i ostale konstruktivne karakteristike [6].

Problem pri predviđanju vjerovatnoće otkaza je nepoznavanje oblika raspodjela, rasipanja vrijednosti radnih i kritičnih opterećenja kao i uticaj drugih faktora koji su stohastički promjenljivi. Za rješavanje ovog problema postoje u suštini dvije mogućnosti.

Prva mogućnost podrazumijeva da se utvrđivanje navedenih raspodjela provede eksperimentalnim metodama. Ove metode su dugotrajne, skupe i zahtijevaju posebnu opremu. Dobiveni rezultati se pri tome mogu koristiti samo za iste ili slične uslove eksploatacije. Formiranje raspodjela za radni vijek podrazumijeva prognoziranje udjela pojedinih eksperimentom utvrđenih raspodjela u radnom vijeku.

Druga mogućnost je u usvajanju tj. prihvatanju već određenih raspodjela, njihovih oblika i rasipanje radnih i kritičnih opterećenja na osnovu opštih znanja o elementima i uslovima u kojima oni rade. Rezultati do kojih se dolazi ovom metodom su manje tačni ali je postupak daleko jednostavniji i jeftiniji.

Nakon utvrđenih ili usvojenih raspodjela radnih i kritičnih opterećenja (u kontinuiranom ili stepenastom obliku) neophodno je utvrditi stepen preklapanja istih sa ciljem izračunavanja vjerovatnoće otkaza za date uslove rada.

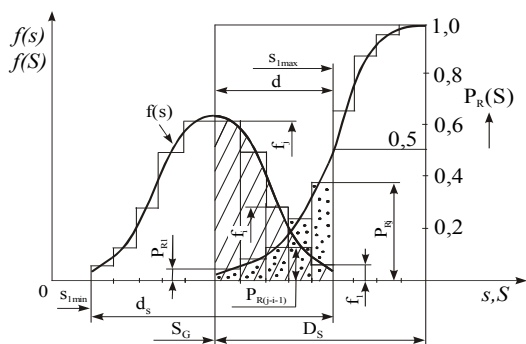
Vjerovatnoća otkaza, a time i pouzdanost se dobiva rješavanjem opšte jednačine pouzdanosti (1) i (2). Ista se može riješiti samo za određen mali broj raspodjele.

$$R = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \left[ \int_{s_1}^{\infty} f(S) \cdot dS \right] \cdot ds \quad \dots(2)$$

$$R = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f(S) \left[ \int_{-\infty}^{s_1} f(s) \cdot ds \right] dS \quad \dots(3)$$

$f(s)$  – raspodjela radnih stanja,  $f(S)$  – raspodjela kritičnih stanja

Za ostale raspodjele rješenje se dobiva primjenom složenijih metoda proračuna.



Slika 2. Preklapanje raspodjela radnih  $f(s)$  opterećenja i vjerovatnoće otkaza kritičnih opterećenja  $P_R(S)$

Za slučaj da se kontinuirane raspodjele prikazuju u stepenastom obliku pogodnom za numerički postupak rješavanja onda se prema slici 2. mogu uočiti karakteristične veličine mjerodavne za proračun vjerovatnoće otkaza elementa kome pripadaju takve raspodjele. Stepen preklapanja označen je sa  $d$ , a rasipanja vrijednosti funkcija sa  $d_s$  i  $D_S$ . Za ovakav slučaj, vjerovatnoća otkaza se u opštem slučaju može odrediti kao:

$$Pf = \int_{S_G}^{s_{1\max}} f(s) P_R(S) ds \quad \dots(4)$$

Izraz (3) vrijedi za kontinuiranu raspodjelu funkcija  $f(s)$  i  $P_R(S)$ . U slučaju preklapanja stepenastih raspodjela, vjerovatnoća otkaza se može izraziti kao:

$$Pf = \sum_{i=1}^j f_i P_R(j-i+1) \quad \dots(5)$$

Sa slike 2. se vidi kako se kontinuirane raspodjele i njihove vjerovatnoće mogu prikazati u stepenastom obliku pogodnom za utvrđivanje vjerovatnoće otkaza numeričkim putem. Funkcije kod kojih se integral u izrazu (3) može riješiti standardnim načinom mogu se predstavljati u kontinuiranom obliku. Međutim, za funkcije za koje to nije moguće, iste se prikazuju u stepenastom obliku i vjerovatnoća otkaza se utvrđuje prema izrazu (4).

#### 4. METODOLOGIJA PRORAČUNA VJEROVATNOĆE OTKAZA

Iz istraživanja koje su provedene u cilju utvrđivanja vjerovatnoće otkaza elemenata u postupku konstruisanja došlo se do saznanja da je za njegovo provođenje neophodno poznavanje: oblika raspodjele, veličine rasipanja radnih i kritičnih opterećenja, te odnos veličine rasipanja i stepena preklapanja raspodjela [2].

Oblici raspodjele opterećenja se utvrđuju eksperimentalno i teorijski. Ako postoje neki podaci, npr. eksperimentalni, treba usvojiti pomenute funkcije prema odgovarajućim parametrima. U suprotnom slučaju treba istraživanje obaviti sa predloženim reprezentantima i to najbolje sa više varijanti tj. kombinacija.

Veličina rasipanja radnih  $u_{sg}$  i kritičnih  $u_{sg}$  opterećenja je drugi element proračuna. Ovim vrijednostima odgovaraju razlike maksimalnih i minimalnih veličina radnih i kritičnih opterećenja  $d_s = S_{max} - S_{min}$ , i  $D_s = S_{max} - S_{min}$ . U cilju izračunavanja vjerovatnoće otkaza dovoljno je poznavanje odnosa  $D_s/d_s$  [3].

Treći element je veličina preklapanja raspodjela radnih i kritičnih opterećenja  $d = S_{max} - S_{min}$  (prema slici 2). Ako se uspostavi odnos veličine preklapanja  $d$  i veličine rasipanja radnih opterećenja  $D_s$ , kao  $C_s = d/i$  omogućena je slikovita analiza parametara vjerovatnoća. Na slici 1. su prikazani ovi elementi potrebni za proračun u opštem slučaju.

Integral proizvoda funkcije gustoće raspodjele i zbirne vjerovatnoće kao i rješanje opšte funkcije pouzdanosti (1.) i (2.) se može odrediti za samo mali broj raspodjela tj. njihovih funkcija. Zbog toga se ovdje daje način rješavanja opšte jednačine te izračunavanje vjerovatnoće otkaza elemenata numeričkim putem, tj. zamjenom kontinuiranih oblika funkcija stepenastim raspodjelama.

Pri tome se koristi jednačina u obliku:

$$P_f = \sum_{i=1}^j f_i P_{R(j-i+1)} \quad \dots(6)$$

Relativna učestanost  $f_i$  se određuje za svaki interval karakterističnih veličina  $s$  sa širinom intervala  $\Delta s$ . Ako je  $k$  broj intervala tada je  $\Delta s = D_s/k$ . Vjerovatnoća pojave veličine  $f(s)$  za promjenljivu  $s$  u sredini širine intervala jednaka je proizvodu  $f(s)$  i širine intervala  $\Delta s$ . Vjerovatnoća  $P_R(j-i+1)$  se određuje za iste intervale  $\Delta s = \Delta S$  i vrijednosti  $s$  u intervalu  $d$ . Ovako postavljen proračun predstavlja numeričko određivanje vjerovatnoće otkaza, a nakon toga i pouzdanosti. Ovo je postupak ukoliko određujemo pouzdanost poznate konstrukcije i poznamo radna i kritična stanja. Međutim, ukoliko vršimo konstruisanje novih konstrukcija onda je postupak drugačiji. Na osnovu značaja konstrukcije i ostalih uslova utvrđuje se indeks pouzdanosti odnosno vjerovatnoća otkaza te se postupak provodi obrnutim putem.

## 5. ZAKLJUČCI

Na osnovu navedenog, može se zaključiti da izloženi pristup i metoda omogućavaju konstruktoru da u fazi konstruisanja procjeni indeks pouzdanosti i vjerovatnoću otkaza te pouzdanost razmatranih konstrukcija za različite uslove rada pod kojim bi sistem mogao raditi u svom radnom vijeku. Na taj način se omogućava jasan uvid o uticajima bitnih karakteristika raspodjele rasipanja na veličinu vjerovatnoće otkaza. Korištenjem ovakve metode mogu se jednostavno odrediti uslovi, raspodjele i stepeni preklapanja pri kojima se može očekivati unaprijed usvojena željena ili dozvoljena vjerovatnoća otkaza/indeks pouzdanosti, odnosno pouzdanost. Pri tome treba ukazati da se predloženi način određivanja vjerovatnoće otkaza zasniva na integralenju proizvoda dviju matematičkih funkcija, te da ima opšti karakter i nezavisan je od vrste napona. Ukoliko je ovakav način otežan zbog vrste funkcija onda je moguće primjeniti numerički postupak.

## 6. LITERATURA

- [1] Imamović M.: Teorija pouzdanosti, Zenica 2010.
- [2] Imamović M.: Pouzdanost elemenata u fazi konstruisanja, Zenica 2013.
- [3] Savić Z.: Treći severov simpozijum o mehaničkim prenosnicima, Subotica 1991.
- [4] Ognjanović M.: Razvoj i dizajn mašina, Mašinski fakultet Beograd 2007.
- [5] Dujmović D.: Pouzdanost konstrukcija, Građevinski fakultet Zagreb, 2007
- [6] Imamović M.: Dizajn i pouzdanost elemenata mašina, KODIP 2014, Budva.

