

## **PROCJENA RIZIKA PROIZVOĐAČA I KUPCA U POSTUPKU TESTIRANJA POUZDANOSTI SISTEMA**

### **RISK ASSESSMENT OF THE PRODUCER AND BUYER IN THE PROCESS OF TESTING THE RELIABILITY OF THE SYSTEM**

**Dr.Sc.Mustafa Imamović,**

**Dr.Sc.Sabahudin Jasarević**

**University of Zenica, Faculty of Mechanical Engineering in Zenica,  
Fakultetska 1, 72000 Zenica, B&H**

#### **REZIME**

*Pouzdanost podrazumijeva uspjeh i predstavlja vjerovatnoću da će sistem uspješno funkcionisati u određenom vremenskom intervalu. Drugim riječima, pouzdanost podrazumijeva da u određenom intervalu vremena nije bilo otkaza sistema.*

*Za utvrđivanje nivoa pouzdanosti mašinskih sistema, neophodno je izvršiti mjerjenje i verifikaciju pouzdanosti koje zajedno čine testiranje pouzdanosti. U tom postupku se koristi unaprijed definiran broj jedinica ili skupova (sistema) iz čitave populacije. Provodeći testiranje na takav način javljaju se rizici kako proizvođača, tako i kupca sistema da ne ostvare zacrtane ciljeve. U ovom radu se daje analiza rizika kako kupca tako i proizvođača sistema pri testiranju pouzdanosti uzimajući pri testiranju samo određen set jedinica iz ukupnog sistema.*

**Ključne riječi:** pouzdanost, testiranje pouzdanosti, nivo povjerenja, rizik proizvođača i kupca

#### **SUMMARY**

*Reliability implies success and represents the probability that the system will successfully operate in a certain time interval. In other words, reliability implies that at a certain time interval there was no failure of the system.*

*To determine the level of reliability of mechanical systems, it is necessary to measure and verify the reliability of that together make up the testing reliability. In this procedure uses a predefined number of units or sets (systems) from the entire population. In carrying out testing in such a way that risks occur manufacturers, and customer systems that do not achieve targets. This paper presents an analysis of risk to the buyer and the manufacturer of the system in testing the reliability of test taking only a certain set of units from the overall system.*

**Keywords:** reliability, reliability testing, confidence level, risks for producer and buyer

#### **1. UVOD**

Pouzdanost je vjerovatnoća da će sistem/proizvod obaviti namjenjenu funkciju u zadatom vremenskom intervalu, u specificiranim uslovima. Iz definicije slijedi da pouzdanost pokazuje vremensku dimenziju (dužinu) funkcionisanja bez otkaza. Pouzdanost je izuzetno bitna, posebno za proizvode/sisteme čije funkcionisanje imaju širi značaj za okolinu i društvo.

Za inžinjersku praksu i za praktičnu upotrebu proizvoda/sistema bitno je da se zna nivo pouzdanosti, kao i da se izmjeri i verifikuje nivo pouzdanosti testiranjem proizvoda.

Gledano sa stanovišta praktične primjene, problematika pouzdanosti proizvoda i sistema ima dva dijela. Prvi dio čini projektovanje, a drugi dio testiranje pouzdanosti.

U okviru projektovanja pouzdanosti, vrši se postavljanje i analiza zahtjeva, uspostavlja projekat sistema sa stanovišta pouzdanosti, vrši proračun pouzdanosti i različite analize koje se sprovode u cilju procjene nivoa pouzdanosti, određivanje kritičnih elemenata, efekata otkaza elemenata na sistem, okolinu i drugo.

Testiranje pouzdanosti i životnog vijeka proizvoda obezbjeđuje alate pomoću kojih se može potvrditi da je pouzdanost ispunjena. Sprovodi se u fazi razvoja i verifikuje u fazi serijske proizvodnje. U teoretskom pogledu testiranje pouzdanosti se oslanja na zakonitostima statistike i vjerovatnoće. Namjenjeno je proizvođačima i korisnicima proizvoda i sistema sa ciljem da se potvrdi dogovoren/zahtjevani nivo pouzdanosti.

U ovom radu je dato kako se definiše nivo povjerenja u rezultate testiranja, te rizici sa kojima se susreću proizvođači i kupci sistema kod prihvatanja rezultata testiranja. Također se prikazuje test parametara za slučaj eksponencijalne raspodjele.

## 2. NIVO POVJERENJA, RIZIK PROIZVODAČA I KUPCA

### 2.1. Nivo povjerenja

Pri testiranju pouzdanosti koristi se unaprijed određen broj jedinica skupa  $n$  iz čitave populacije veličine  $N$ . Dobijeni podaci testiranja na bazi određenog broja jedinica skupa  $n$  služe za provjeru parametra pouzdanosti. Ovakva procjena se naziva tačkasta procjena. Na osnovu ovakve procjene potrebno je donijeti odluku o čitavoj populaciji.

Postavlja se pitanje kakva je „vrijednost“ ove procjene i koliko povjerenja možemo imati u takvu procjenu, jer je urađena na bazi samo određenog broja jedinica. Za očekivati je da se statistička procjena vjerovatno približava stvarnoj kada broj jedinica u testu raste. Iz toga se može zaključiti da postoji bliska veza između broja jedinica u testu i tačnosti procjene pouzdanosti i parametara pouzdanosti. Beskonačan broj jedinica dat će tačno procjenu pouzdanosti i njegovih parametara.

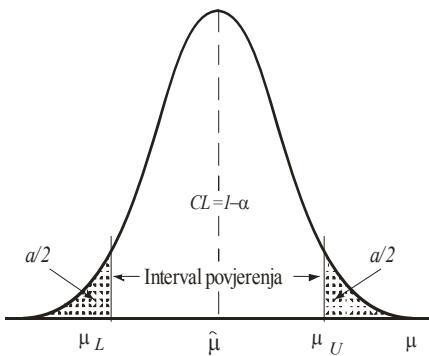
Nivo povjerenja je matematička vjerovatnočka koja povezuje stvarnu vrijednost i procjenjenu vrijednost pouzdanosti i parametara pouzdanosti na bazi mjerjenja određenog broja jedinica. Kada se procjena pouzdanosti i parametara dobije na bazi mjerjenja relativno većeg broja jedinica, logično je pretpostaviti da će se stvarne vrijednosti parametra nalaziti u blizini procijenjene vrijednosti (sa lijeve i desne strane) i obrnuto. Zato se tačkasta procjena parametara izražava sa oblasti u kojoj se može naći stvarna vrijednost sa nivoom povjerenja zavisnim od broja jedinica na osnovu koje je uvraćena tačkasta procjena.

Interval povjerenja ima (određuje) donju  $L$  i gornju  $U$  granicu oko tačkaste procjene. Nivo povjerenja je vjerovatnoča da će stvarna vrijednost parametra  $\mu$  naći u intervalu između donje i gornje granice, slika 1..

$$CL = 1 - \alpha = P(\mu_L \leq \mu \leq \mu_U) \quad \dots(1)$$

gdje je:  $CL$  – nivo povjerenja,  $\alpha$  – nivo rizika,  $\mu$  - stvarna vrijednost parametra,  $\hat{\mu}$  - tačkasta procjena parametra,  $\mu_L$  – donja granica parametra,  $\mu_U$  – gornja granica parametra.

Da bi odredili granice intervala parametara neophodno je poznavati raspodjelu. Vrijednosti donje i gornje granice parametra zavisi od broja jedinica  $n$  i vrijednosti nivoa povjerenja  $CL$ , a određuje se primjenom statičke analize [1].



Slika 1. Interval granice povjerenja

Na sličan način se može razmatrati donja i gornja granica. Nivo povjerenja je pri tome vjerovatnoća da će vrijednost parametra biti veća od jednostrane donje granice.

$$CL = 1 - \alpha = P(\mu_L \leq \mu) \dots (2)$$

Ili nivo povjerenja je vjerovatnoća da će vrijednost parametra biti manje od jednostrane gornje granice.

$$CL = 1 - \alpha = P(\mu \leq \mu_U) \dots (3)$$

Ako je nivo povjerenja 0,95 (ili 95%) i ako se vrši testiranja 100 skupova svaki sa  $n$  jedinica, tada se može očekivati u 95% slučajeva da je vrijednost unutar izračunatog intervala, a u 5% da je van. Znači, nivo značajnosti  $\alpha = 1 - CL = 0,05 (= 5\%)$ , odnosno nivo rizika da će se donijeti pogrešna odluka na bazi rezultata mjerenja skupa veličine  $n$  je 5%.

## 2.2. Rizik proizvođača i kupca

Statistička analiza podataka je vezana za odluku koju treba donijeti. Na bazi skupa određene (najčešće male) veličine potrebno je donijeti odluku o čitavoj populaciji. Odluka može biti da se prihvati ili odbaci serija. Zato se postavlja pitanje – Kako doći do optimalne odluke i kako odrediti veličinu skupa?

Ako se postavlja uslov prihvatanja tako da je stvarna vrijednost parametra  $\mu$  manja od zahtjevane vrijednosti  $\mu_0$ . Znači serija se odbacuje ako je vrijednost parametra veća od  $\mu_0$ . U ovom slučaju se postavlja nulta hipoteza da je stvarna vrijednost parametra  $\mu$  manja od zahtjevane  $\mu_0$ .

Dakle

$$H_0: \mu \leq \mu_0 \dots (4)$$

Na suprot hipotezi

$$H_1: \mu > \mu_0 \dots (5)$$

Očigledna odluka po prvoj i drugoj hipotezi (4) (5) popraćene su sa greškama prve i druge vrste pri čemu se te greške prve vrste nazivaju nivo značajnosti [1].

Međutim, ovo nije najpogodnija procedura odlučivanja. Češće je u upotrebi procedura odlučivanja tako da se definije maksimalni rizik odbacivanja nulte hipoteze  $\alpha_{max} = \alpha$  na bazi testiranja skupa veličine  $n$ . U ovom slučaju je nepoznata granica  $\mu_G = k$ .

Greške prve vrste se tada mogu iskazati kao:

$$\alpha = P(\bar{x} > k | \mu \leq \mu_0) \dots (6)$$

Iz prethodnog izraza moguće je odrediti granicu parametra  $k$ . Uopšteno gledano vrijednost parametra  $k$  će zavisiti od vrijednosti maksimalno dopuštene greške  $\alpha_{max}$ , od broja jedinica u testu  $n$  i od stvarne vrijednosti parametara  $\mu$ .

Greška druge vrste, obzirom na svoju značajnost često se naziva operativna karakteristika (OC). Kriva operativne karakteristike može se odrediti za definisani parametar  $\alpha_{max}$  i

određenu veličinu skupa. Greške prve i greške druge vrste se nazivaju rizik proizvođača i korisnika. Moguće je krive OC predstaviti grafički na osnovu čega se može uočiti uticaj veličine skupa na veličinu greške [2].

### 3. TEST PARAMETARA EKSPONENCIJALNE RASPODJELE

Eksponencijalna raspodjela se veoma često koristi u analizi pouzdanosti i testiranju proizvoda i sistema. Ova raspodjela može da opiše distribuciju vremena otkaza komponenata opreme ili čitavih sistema, kod kojih je karakteristika konstantnog intenziteta otkaza sa vremenom rada. Eksponencijalna raspodjela je jednoparametarska:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, t \geq 0, \lambda > 0, \dots(7)$$

gdje je:  $\lambda$  - intenzitet otkaza,  $t$  - vrijeme

Srednje vrijeme do/između otkaza sistema je:

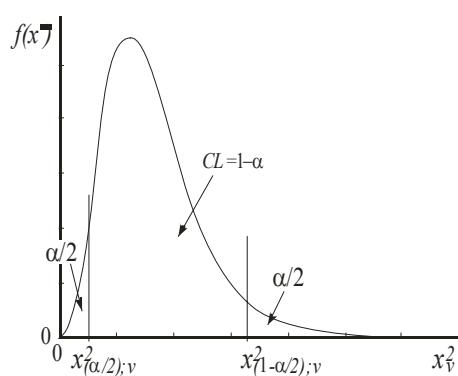
$$E(t) = \bar{t} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \frac{1}{\lambda} = m = MTBF \quad \dots(8)$$

Srednje vrijeme do/između otkaza može se odrediti na bazi ispitivanja ili iz podataka eksploracije sistema.

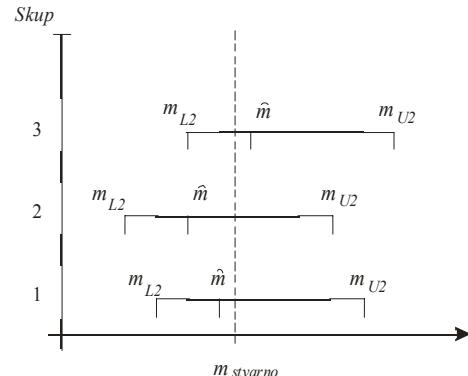
#### 3.1. Test ograničen otkazom

Test srednjeg vremena između otkaza  $m$  može se sprovesti na slijedeći način. Pošto je,

$$\lambda = 1/m, \quad r\hat{m} = \sum_{i=1}^r t_i, \text{ to je } \chi^2 \text{ promjenljivo (sa } v=2r \text{ stepeni slobode) kao } \chi^2_{2r} = 2r \frac{\hat{m}}{m}.$$



Slika 2. Raspodjela promjenljive  $\chi^2_{2r}$



Slika 3. Donja i gornja granica srednjeg vremena između otkaza

Vjerovatnoća da će se promjenljiva  $\chi^2_{2r}$  naći između donje i gornje granice je:

$$P(\chi^2_{\alpha/2;2r} \leq 2r \frac{\hat{m}}{m} \leq \chi^2_{(1-\alpha/2);2r}) = CL = 1 - \alpha \quad \dots(9)$$

Pri čemu je:  $P(m_{L2} \leq m \leq m_{U2}) = CL = 1 - \alpha$ . Prethodna relacija pokazuje da postoji vjerovatnoća  $(1-\alpha)$  da će se ostvariti vrijednost srednjeg vremena između otkaza nalaziti između donje i gornje granice.

Analogno dvostranoj granici može se odrediti jednostrana donja granica iz uslova:

$$P(m \geq m_{L1}) = CL = 1 - \alpha \quad \dots(10)$$

gdje je jednostrana donja granica određena izrazom

$$m_{L1} = \frac{2r\hat{m}}{\chi^2_{(1-\alpha) \cdot 2r}} = \frac{2T}{\chi^2_{(1-\alpha) \cdot 2r}} \quad P(m \leq m_{U1}) = CL = 1 - \alpha \quad \dots(11)$$

Prethodne relacije daju mogućnost ocjene srednje vrijednosti između otkaza  $\hat{m}$ , kao i izračunavanje dvostrane donje i gornje granice ili jednostrane donje odnosno gornje granice. Ove relacije su vezane za test ograničenja otkazom, kod eksponencijalne raspodjele..

#### 4.2. Primjer za test ograničen otkazom

U testu ograničenom otkazom dobijeno je 7.584 kumulativnih sati rada sa otkazom 9 jedinica /sistema. Potrebno je naći dvostranu i jednostranu donju granicu  $m$  sa nivoom povjerenja 95%.

Za  $T_a = 7.584$  sati,  $v = 2x9 = 18$  stepeni slobode i  $\alpha = 0,05$ , odgovarajuće vrijednosti  $\chi$  dvostrana donja i gornja i jednostrana donja granica je:

$$m_{L2} = 481,07 \text{ sati}, \quad m_{U2} = 1842,79 \text{ sati}, \quad m_{L1} = 252,39 \text{ sati}$$

$$\text{Ocjena srednje vrijednosti je: } \hat{m} = \frac{7584}{9} = 842,67 \text{ sati}$$

Donja jednostrana granica  $m_{L2}$  je veća od donje jednostrane granice  $m_{L1}$  za isti nivo povjerenja. Izrazi za vjerovatnoću su:

$$P(481,07) \leq m \leq 1842,97 = CL = 0,95 \quad P(m \geq 525,3) = CL = 0,95$$

Dakle, nivo povjerenja  $CL$  za gornju i donju granicu je 0,95.

### 5. ZAKLJUČCI

Na osnovu analize provedene u ovom radu, može se zaključiti da:

- U toku testiranja pouzdanosti proizvoda/sistema proizvođač i kupac su izloženi riziku kod prihvatanja sistema.
- Pri tome je veoma bitno da se definiše nivo povjerenja  $CL$ .
- Rizik proizvođača i kupca se može odrediti ukoliko su nam poznate veličine serija, veličina uzorka i nivo povjerenja.
- Na osnovu teoretskih osnova za eksponencijalnu raspodjelu je prikazan način određivanja nivoa i granice povjerenja za konstantne vrijednosti vremena.

### 6. LITERATURA

- [1] Zeljković V., Papić Lj.: „Testiranje pouzdanosti“, Lola Institut, Beograd, 2001.
- [2] .....; Reliability Design Qualification and Production Acceptance Test; Exponential Distribution, MIL – STD – 781 C, 1977.
- [3] Imamović M.: „Analiza plana testiranja pouzdanosti složenih mašinskih sistema“, «KVALITET 2009.» Neum, B&H, 2009.

