

PLAN VIŠEETAPNOG UZORKA KONTROLE KVALITETA

QUALITY CONTROL – MULTIPLE SAMPLING PLAN

Dr. Dževad Zečić, vanredni profesor
Univerzitet u Zenici, Ekonomski fakultet
Zenica

Safet Hamedović, asistent
Univerzitet u Zenici, Fakultet za metalurgiju i materijale
Zenica

REZIME

Kontrola metodom uzorka je važno polje statističke kontrole kvaliteta. Zadatak kontrole metodom uzorka je isključivo donijeti odluku da li prihvatiti seriju ili je odbaciti, a ne procjenjivati kvalitet same serije. Tipovi kontrole (prema broju uzoraka) su plan jednoetapnog, dvoetapnog, te višestapnog uzorka kontrole kvaliteta. Plan jednoetapnog uzorka je određen parametrima n (obim uzorka) i c , tako da se serija odbacuje ako uzorak sadrži više od c defektnih proizvoda. Planovi dvoetapnog i višestapnog uzorka se koriste da upitnim serijama „damo još jednu šansu“. Kod plana dvoetapnog uzorka, ako se odluka o prihvatanju serije ne donese pomoću prvog uzorka uzima se drugi uzorak za donošenje konačne odluke. Plan višestapnog uzorka je proširenje plana dvoetapnog uzorka gdje uzimamo više uzoraka za donošenje konačne odluke. Prednost višestapnih planova je manji (srednji) obim uzorka.

Ključne riječi: kontrola kvaliteta, funkcija operativne karakteristike, plan (jednoetapnog, dvoetapnog i višestapnog) uzorka.

ABSTRACT

Acceptance sampling is an important field of statistical quality control. The main purpose of acceptance sampling is to decide whether or not the lot is acceptable, not to estimate the quality of the lot. Types of acceptance sampling plans (based on the number of samples) are single, double and multiple sampling plans. Single sampling plans are denoted as (n,c) plans for a sample size n , where the lot is rejected if there are more than c defectives. Double and multiple sampling plans were invented to give a questionable lot another chance. If in double sampling the results of the first sample are not conclusive with regard to accepting or rejected, a second sample is taken. Multiple sampling plans are an extension of the double sampling plans where more than two samples are needed to reach a conclusion. The advantage of multiple sampling is smaller sample size.

1. UVOD

Statistička kontrola kvaliteta metodom uzorka je posebna tehnika kojom se ispituje kvalitet gotovih proizvoda.

Ovdje će biti riječ o kontroli u sljedećem smislu: za gotovu seriju od N proizvoda treba donijeti odluku da li je ona zadovoljavajuća za kupca tj. da li je prihvatiti ili odbaciti.

Obilježje svakog proizvoda uzima samo dvije vrijednosti: proizvod je ispravan ili neispravan (defektan). Odluka se odnosi kontrolom samo jednog dijela serije (uzorka) obima n ($n < N$). Kontrola čitave serije (tzv. stoprocentna kontrola) je (u računskom smislu) vrlo jednostavna, ispituje se svaki od N proizvoda iz serije i utvrđuje broj neispravnih M . Vjerovatnoća da je neki proizvod iz serije neispravan je onda: $p = \frac{M}{N}$. Ako je $p \leq p^*$ serija se prihvata, a ako je

$p > p^*$ serija se odbacuje (broj p^* je propisan standardom).

Neki od razloga zbog kojih je prihvatljivija kontrola metodom uzorka (od kontrole čitave serije) su:

- Kontrola ispravnosti jednog proizvoda često povlači njegovo uništavanje.
- Kontrola čitave serije može zahtijevati previše vremena.
- Cijena kontrole je previsoka.
- Manji broj uposlenika je uključen u proces kontrole.
- Mogućnost odbacivanja serije je dodatna motivacija za proizvođača da poboljša kvalitet proizvoda.

Kontrola metodom uzorka ima i određene mane:

- Prisutan je rizik prihvatanja „loših“ serija kao i odbacivanja „dobrih“ serija.
- Ovakva kontrola generiše manje informacija o proizvodu ili procesu proizvodnje.

Kontrola metodom uzorka je kompromis između kontrole čitave serije i izostavljanja bilo kakve kontrole.

Da bi uzorak bio reprezentativan, trebamo ga izabrati slučajno. Tipovi kontrole metodom uzorka (prema broju uzoraka) su:

- Plan jednoetapnog uzorka
- Plan dvoetapnog uzorka, i
- Plan višeetapnog uzorka.

2. PLAN JEDNOETAPNOG UZORKA KONTROLE KVALITETA.

Plan jednoetapnog uzorka je definisan obimom uzorka n i brojem prihvatanja c . Neka je u uzorku utvrđen broj neispravnih proizvoda d . Tada, ako je $d \leq c$ serija se prihvata, a ako je $d > c$ serija se odbacuje.

Pretpostavimo da serija od N proizvoda sadrži M defektnih. Neka je n obim uzorka za kontrolu i X broj defektnih proizvoda u uzorku. Tada je X slučajna promjenljiva sa hipergeometrijskom raspodjelom, tj.

$$P(X = d) = \frac{\binom{M}{d} \binom{N-M}{n-d}}{\binom{N}{n}}.$$

Pretpostavimo da je serija dovoljno velika u odnosu na uzorak. Ovo znači da se proporcija defektnih proizvoda u seriji neće značajno promijeniti uzimanjem uzorka. Tada je broj defektnih proizvoda u uzorku (X) slučajna promjenljiva sa (aproksimativno) binomnom raspodjelom, sa parametrima n i $p = \frac{M}{N}$. Tada je

$$P(X = d) = \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$

a vjerovatnoća prihvatanja serije je onda:

$$P_a = P\{X \leq c\} = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}$$

gdje je p proporcija defektnih proizvoda u čitavoj seriji.

Funkcija operativne karakteristike ($L(p)$, $0 \leq p \leq 1$) za zadani plan kontrole definiše se kao vjerovatnoća prihvatanja serije u funkciji proporcije defektnih proizvoda u čitavoj seriji, tj.:

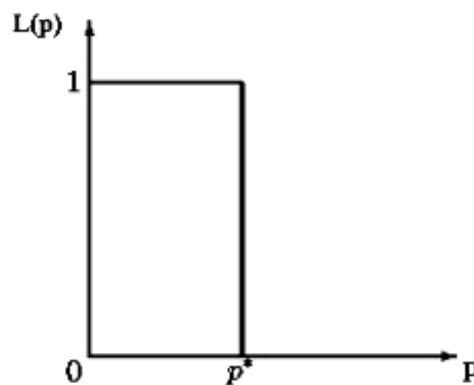
$$L(p) = P_a = P\{X \leq c\} = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p^d (1-p)^{n-d}, \quad 0 \leq p \leq 1,$$

ako se služimo binomnom aproksimacijom.

Ako je proporcija defektnih proizvoda u seriji mala željeli bismo prihvatiti seriju, a ako je ta proporcija velika željeli bismo je odbaciti. Ako je $p = 0$, tj. nema defektnih proizvoda u uzorku seriju svakako prihvatamo pa je $L(0) = 1$. Ako je $p = 1$, onda je jasno $L(1) = 0$. Idealna funkcija operativne karakteristike (OC-kriva) bi bila

$$L(p) = \begin{cases} 1, & p \leq p^* \\ 0, & p > p^* \end{cases},$$

gdje je p^* unaprijed propisana kritična vrijednost proporcije defektnih proizvoda (slika 1).



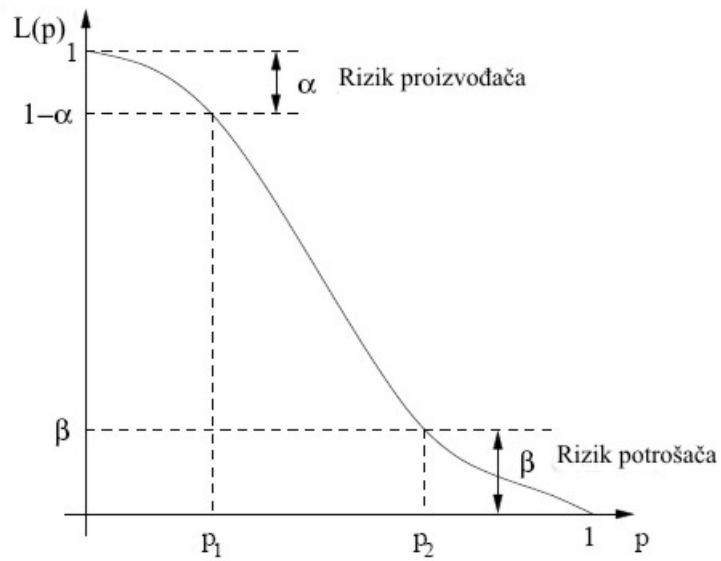
Slika 1: Idealna OC-kriva

Nažalost, ovakvu OC-krivu je nemoguće dobiti bez stoprocentne kontrole. Plan kontrole je bolji ukoliko je njegova OC-kriva „bliža“ idealnom obliku.

Najveća proporcija defektnih proizvoda koja je prihvatljiva za potrošača se naziva prihvatljivi nivo kvaliteta (AQL) i označava sa p_1 . Rizik proizvođača je vjerovatnoća (α) neprihvatanja serije kod koje je $p = p_1$. Dakle, $L(p_1) = 1 - \alpha$.

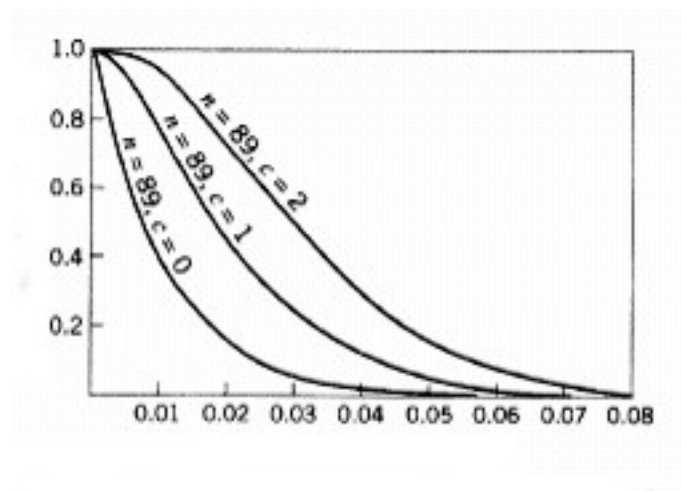
Najmanja proporcija defektnih proizvoda koja je neprihvatljiva za proizvođača naziva se neprihvatljivi nivo kvaliteta ($LPTD$) i označava se sa p_2 . Rizik potrošača je vjerovatnoća (β) prihvatanja serije kod koje je $p = p_2$, tj. $L(p_2) = \beta$.

Rizici proizvođača i potrošača su ilustrovani na slici 2.

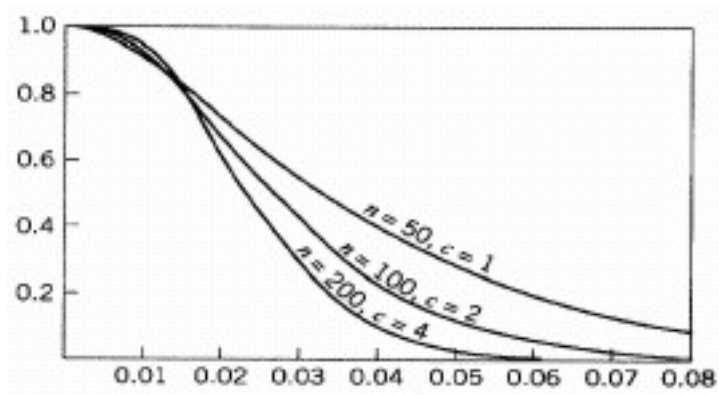


Slika 2. Rizici proizvođača i potrošača

Uticaji parametara n i c na OC-krivu su prikazani na slikama 3 i 4.



Slika 3. Uticaj broja prihvatanja (c) na OC-krivu



Slika 4. OC-kriva za razne obime uzorka (n)

2.1. Određivanje plana kontrole

Uz zadane parametre α, β, p_1, p_2 potrebno je odrediti plan kontrole tj. obim uzorka n i broj prihvatanja c . Relacije $L(p_1) = 1 - \alpha$ i $L(p_2) = \beta$ daju:

$$1 - \alpha = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

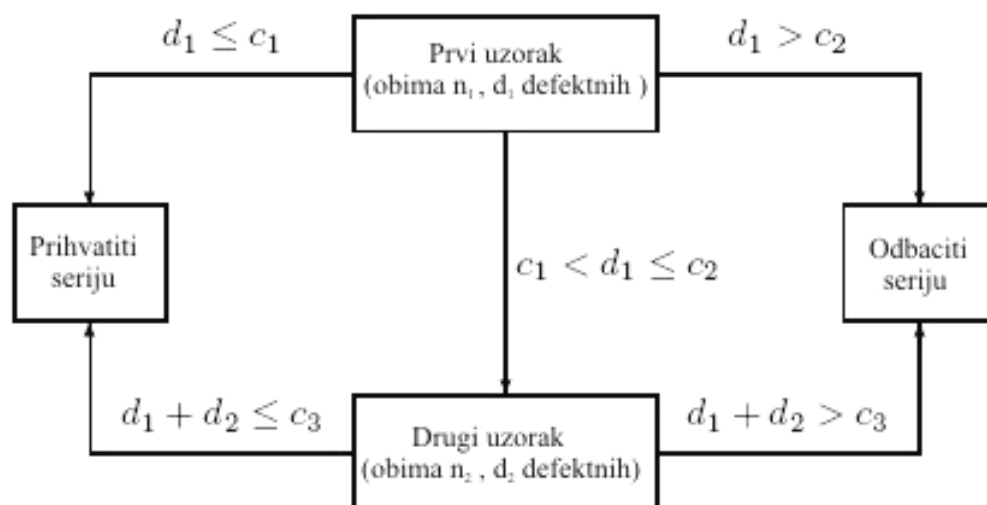
$$\beta = \sum_{d=0}^c \frac{n!}{d!(n-d)!} p_2^d (1-p_2)^{n-d}.$$

Ovaj sistem nelinearnih jednačina nije jednostavan za rješavanje pa koristimo odgovarajuće binomne nomografe ili specijalizovane softvere.

3. PLAN DVOETAPNOG UZORKA KONTROLE KVALITETA.

Plan dvoetapnog uzorka je opisan sa pet parametara $(n_1, n_2, c_1, c_2, c_3)$.

Šema kontrole je sljedeća: iz serije se uzimaju dva uzorka obima n_1 i n_2 , pa ako je u prvom uzorku $d_1 \leq c_1$ serija se prihvata, a ako je $d_1 > c_2$ serija se odbacuje. Ako je $c_1 < d_1 \leq c_2$ kontrolu nastavljamo upotrebom drugog uzorka. Ako je $d_1 + d_2 \leq c_3$ serija se prihvata, a ako je $d_1 + d_2 > c_3$ serija se odbacuje (slika 5).



Slika 5. Šema kontrole plana dvoetapnog uzorka

Funkcija operativne karakteristike u ovom slučaju ima oblik

$$L(p) = P(X_1 \leq c_1) + \sum_{d_1=c_1+1}^{c_2} P(X_1 + X_2 \leq c_3) P(X_1 = d_1)$$

$$= \sum_{d_1=0}^{c_1} \binom{n_1}{d_1} p^{d_1} (1-p)^{n_1-d_1} + \sum_{d_1=c_1+1}^{c_2} \left(\sum_{d_2=0}^{c_3-d_1} \binom{n_2}{d_2} p^{d_2} (1-p)^{n_2-d_2} \right) \binom{n_1}{d_1} p^{d_1} (1-p)^{n_1-d_1}$$

Gdje su X_1 i X_2 slučajne promjenljive: brojevi defektnih proizvoda u prvom, odnosno drugom uzorku.

Kod dvoetafnog plana nas može zanimati koliki obim uzorka očekujemo. Naime, kontroli upotrebom drugog uzorka pristupamo samo ako uz pomoć prvog nismo mogli donijeti odluku.

Očekivani obim uzorka je

$$n_1(P(X_1 \leq c_1) + P(X_1 > c_2)) + (n_1 + n_2)P(c_1 < X_1 \leq c_2) = n_1 + n_2P(c_1 < X_1 \leq c_2).$$

Ovaj broj je očigledno manji od $n_1 + n_2$.

Prednost plana dvoetafnog uzorka u odnosu na plan jednoetafnog uzorka je u tome što je pri istim funkcijama operativne karakteristike $L(p)$ očekivani obim uzorka kod dvoetafnog plana manji od obima uzorka jednoetafnog plana.

4. PLAN VIŠEETAPNOG UZORKA KONTROLE KVALITETA.

Plan višeetafnog uzorka je proširenje ideje dvoetafnog uzorka. On uključuje inspekciju od 1 do k sukcesivnih uzoraka. Plan je definisan sa $3k - 1$ parametara: $n_1, c_1, c'_1, \dots, n_{k-1}, c_{k-1}, c'_{k-1}, n_k, c_k$.

Šema je analogna šemi kontrole kod dvoetafnog uzorka. U i -toj etapi, ukoliko je $d_1 + d_2 + \dots + d_i \leq c_i$ seriju prihvatamo, a ako je $d_1 + d_2 + \dots + d_i > c'_i$ seriju odbacujemo. Ako je $c_i < d_1 + d_2 + \dots + d_i \leq c'_i$ nastavljamo kontrolu prelaskom na sljedeći uzorak (obima n_{i+1}).

Ukoliko kontrola dođe i do k -te etape onda seriju prihvatamo ako je $\sum_{j=1}^k d_j \leq c_k$ a

odbacujemo je ako je $\sum_{j=1}^k d_j > c_k$.

Srednji (očekivani) obim uzorka se smanjuje povećanjem broja etapa, ali se kontrola usložnjava. Odluka o broju etapa se temelji na procjeni da li smanjenje obima uzorka opravdava dodatnu složenost procesa kontrole.

Izbor plana kontrole je olakšan korištenjem standardizovanih tabela poput MIL STD 105E ([5]), ISO 2859 (civilna varijanta) ili Dodge-Romigove tablice.

Primjer 1.:

Neka je data serija od 1500 proizvoda, a prihvatljivi nivo kvaliteta je 0.4 %. Pretpostavimo da želimo plan dvoetafnog uzorka. Korištenjem Tabele 1 (Nivo 2) i Tabele 3-A iz MIL-STD-105E dobijamo sljedeći plan: $n_1 = n_2 = 80, c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1$. Na osnovu dobijenih vrijednosti kontrolu vršimo prema šemi sa slike 5.

5. LITERATURA

- [1] Montgomery D.: Introduction to Quality Control, John Wiley&Sons, Inc., 5th Edition, 2005.
- [2] Ivković Z.: Matematička statistika, Naučna knjiga, Beograd, 1992.
- [3] Pavlič I.: Statistička teorija i primjena, Tehnička knjiga, Zagreb, 1971.
- [4] Duncan A. J.: Quality Control and Industrial Statistics, 5th ed. Homewood, Ill.: Irwin, 1986.
- [5] www.sqconline.com/download