

## **TAGUCHI - JEV FUNKCIJA GUBITKA I INVERZNA FUNKCIJA VJEROVATNOĆE GUBITKA KAO ALATI UNAPREĐENJA KVALITETA**

## **TAGUCHI'S LOSS FUNCTION AND INVERTED PROBABILITY LOSS FUNCTION AS TOOLS FOR ADVANCEMENT OF THE QUALITY**

**Senada Redžić**

Univerzitet "Džemal Bijedić", Mašinski fakultet, Mostar,  
Univerzitsko-sportsko rekreacioni centar Mithad Hujdur- Hujka  
88000 Mostar

### **SAŽETAK**

*U poslednjih nekoliko godina važnost funkcija gubitka, u oblasti poboljšanja i unapređenja kvaliteta, sve više je rasla. Zbog toga proučavanje metoda, zasnovanih na funkcijama gubitka koje kvantitativno određene gubitke spajaju sa odstupanjima od ciljne vrijednosti procesa, uzima sve većeg zamaha. U radu je prezentovana Taguchi - jeva funkcija gubitka, i Inverzna Funkcija Vjerovatnoće Gubitka (IPLF) nastala kao kritika na Taguchi - jevu funkciju. Funkcija gubitka IPLF, bazirana na inverziji funkcije raspodjele vjerovatnoće, i Taguchi-jeva funkcija gubitka, sa inžinjerske tačke gledišta, vezane su za odstupanja funkcionalne karakteristike proizvoda / procesa od definisane ciljne vrijednosti. Radi prezentacije, u radu je dat primjer gdje se Taguchi – jeva i IPLF funkcija gubitka koristi kao alat za unapređenje kvaliteta procesa rada.*

**Ključne riječi:** kvalitet, unapređenje kvaliteta, funkcija gubitka, raspodjela vjerovatnoće

### **SUMMARY:**

*In last few years is growing up the importance of the loss function within the bounds of improvement and advancement of the quality. Therefore studying methods, based on loss functions, which quantitative certain losses bind with deviates of the target value of process, takes the swing. In this work is presented the Taguchi's function and the inverted probability loss function ( IPLF), which is developed as criticism on the Taguchi's function. The loss function based on the inversion of the probability density function and on the Taguchi's loss function, from engineer's point of view, they are in link with deviates of functional characteristics of product / process from defined target value. Because of the presentation in this work is given an example, where the Taguchi's function and the IPLF loss function are used as tools for advancement of the process work quality.*

**Keywords:** quality, advancement of the quality, loss function and probability density .

## 1. UVOD

Danas, uslijed velike konkurenčije na tržištu, preduzeće da bi uspjelo mora postaviti sebi za cilj, osim održavanja profitabilnosti, postizanja kvaliteta rada, a time i proizvoda odnosno usluga i sposobnost uspješnog prilagođavanja uslovima okoline kako bi moglo reagovati na promjenjiva ponašanja tržišta. Time se postižu sljedeća tri elementa koja predstavljaju osnovne elemente odnosa između poslovnih partnera u savremenom poslovnom svijetu: kvalitet, konkuretna cijena i isporuka na vrijeme.

U vremenu, u uslovima ograničenih resursa, ide se ka iznalaženju i korištenju unutrašnjih rezervi, naročito u području unapređenja kvaliteta procesa rada, proizvoda i usluga. Imajući u vidu da se kvalitet proizvoda i usluga ugrađuje u svim fazama procesa rada, od istraživanja tržišta, preko razvoja, projektovanja, pripreme, proizvodnje i upravljanja, do plasmana i servisiranja, jasno je da se proces unapređenja kvaliteta odnosi na sve funkcije preduzeća ili uslužne organizacije. Zbog toga, postupci unapređenja i poboljšanja kvaliteta procesa rada, proizvoda i usluga su predmet od posebnog značaja. Unapređenje kvaliteta manifestuje se sužavanjem granica rasipanja parametara proizvoda / procesa ili smanjenjem troškova. Razvijene su mnoge metode i tehnike, koje nalaze primjenu u postupcima unapređenja kvaliteta. Jedna od novijih statističkih metoda u oblasti kvaliteta, koja se razvila kao tehnika projektovanja za kvalitet na bazi eksperimenata je Taguchi metod.

## 2. TAGUCHI METOD

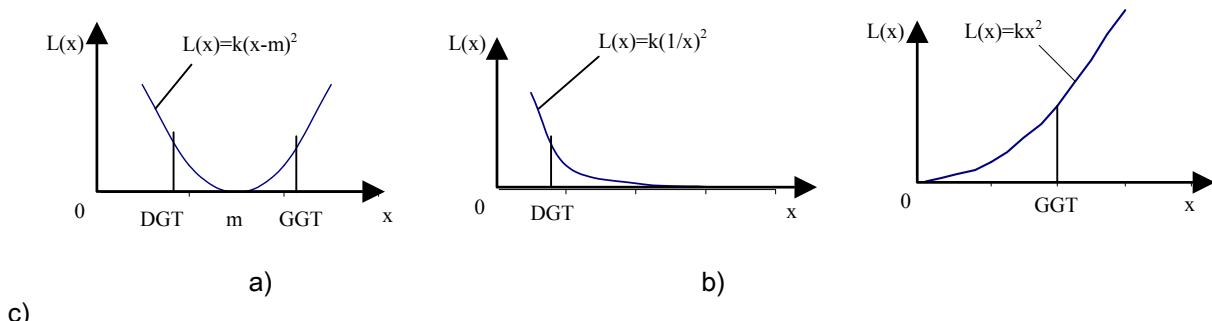
Taguchi metod predstavlja jedan od primjenjenih modela projektovanja za kvalitet na bazi eksperimenta, kao alat koji doprinosi realizaciji TQM principa, odnosno principa modela totalnog upravljanja kvalitetom :

- incijativa top menadžmenta,
- preventivne akcije a ne utvrđivanje škarta,
- za kvalitet treba da su odgovorni svi (uz zajedničke ciljeve i podjelu rada na pojedinačne, tačno definisane zadatke, čime se postiže specijalizacija i povećava efikasnost),
- troškovi kvaliteta kao mjera kvaliteta,
- osigurati kvalitet, odnosno raditi ispravno prvi i svaki naredni put,
- edukacija i motivacija svih uposlenih,
- kontinualno unapređenje kvaliteta treba biti stalan posao - trend.

Parametar kvaliteta predstavlja mjerljivu karakteristiku proizvoda definisanu tehničkom dokumentacijom tog proizvoda, odnosno specifikacijom. Postupak realizacije Taguchi metode sastoji se od utvrđivanja parametara kvaliteta proizvoda prije izrade prototipa, na osnovu posebnih principa, zatim sužavanja područja njihovog rasipanja oko ciljne vrijednosti tako da se na taj način smanjuje vjerovatnoča poremećaja u proizvodnji i eksploataciji. Smanjenjem varijacija karakteristike proizvoda postiže se poboljšanje tehnologije procesa, povećanje kvaliteta i smanjenje troškova, što danas u svijetu predstavlja trend.

Kao važna dimenzija kvaliteta proizvoda, koju koristi ova metoda je funkcija gubitka , poznata kao Taguchi-jeva funkcija gubitka. Ova funkcija povezuje realizaciju određenog parametra kvaliteta sa društveno mjerljivim troškovima (gubitkom). Gubitak može biti direktni (troškovi servisa, troškovi vezani za preventivu i obuku radne snage, troškovi kontrole proizvoda i proizvodnog procesa...), i indirektni (gubitak tržišta, ulaganja u

postizanje konkurenčnosti...). Sve ove komponente su uključene u koeficijent troškovne funkcije koji u Taguchi - jevoj funkciji figuriše oznakom "k".



Slika 1. Karakteristični oblici Taguchi-jevih funkcija.

Zavisno od specifikacije karakteristike proizvoda postoje tri karakteristična oblika Taguchi - jevih funkcija datih na Slici 1.

Prvi oblik funkcije, Slika 1a. odnosi se na slučaj kada je za parametar zadata donja, odnosno gornja granica tolerancije (DGT, GGT) i nominalna mjera parametra (m). Tada se funkcija gubitka definiše u obliku [1]:

$$L(x) = k(x - m)^2 \quad (1)$$

a ukupni gubitak posmatran na uzorku veličine n

$$L = k \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 \quad (2)$$

gdje je:

$L(x)$ -funkcija gubitka

$L$  – ukupni gubitak posmatran na uzorku veličine n

k - koeficijent funkcije gubitka koji zavisi od troškova prouzrokovanih lošim kvalitetom

x - posmatrani parametar

m - nominalna vrijednost parametra

n - veličina uzorka

Ovaj oblik funkcije je odabran po principu "nominalno je najbolje", to jest za nominalnu vrijednost parametra ( $x=m$ ) gubitak je najmanji. U ovom slučaju posmatrani parametar može biti dimenzija, izlazni napon, itd.

Drugi oblik funkcije, Slika 1b. odnosi se na slučaj kad je za parametar zadata donja granica tolerancije (DGT). Tada se funkcija gubitka definiše u obliku [1]:

$$L(x) = k \frac{1}{x^2} \quad (3)$$

a ukupni gubitak posmatran na uzorku veličine n

$$L = k \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2} \quad (4)$$

Ovaj oblik funkcije odabran je po principu "veliko je najbolje", to jest za maksimalnu vrijednost parametra x gubitak je najmanji. U ovom slučaju posmatrani parametar može biti snaga, otpornost materijala, životni vijek proizvoda, itd.

Treći oblik funkcije, Slika 1c., odnosi se na slučaj kad je za parametar zadata gornja granica tolerancije (GGT). Tada se funkcija gubitka definiše u obliku [1]:

$$L(x) = kx^2 \quad (5)$$

a ukupni gubitak posmatran na uzorku veličine n

$$L = k \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (6)$$

Ovaj oblik funkcije odabran je po principu "malo je najbolje", to jest za minimalnu vrijednost parametra x gubitak je najmanji. U ovom slučaju posmatarni parametar može biti habanje alata, nečistoće u materijalu, broj oštećenja, itd.

Taguchi - jev koncept se zasniva na tvrdnji da svako odstupanje od nominalne vrijednosti (ciljne vrijednosti) stvara gubitak. U skladu s tim, možemo reći da cijela Taguchi - jeva filozofija predstavlja ustvari operacionalizaciju postupaka za postizanje veće sposobnosti procesa, odnosno obezbjeđuje da karakteristike proizvoda konvergiraju nominalnoj vrijednosti čime se usmjereno sužavaju područja rasipanja, smanjuju troškovi proizvodnje, eksploatacije i servisiranja.

### 3. INVERZNA FUNKCIJA VJEROVATNOĆE GUBITKA (IPLF)

U prethodnom poglavlju, vidjeli smo da Taguchi koristi modifikovanu kvadratnu funkciju gubitka procjenjujući i ilustrujući gubitke vezane za odstupanja karakteristike proizvoda od ciljne vrijednosti. Možemo uočiti da je Taguchi - jeva funkcija neograničena, odnosno za određene vrijednosti parametra gubitak je beskonačan, što je neprihvatljivo. Zbog toga kao kritika na Taguchi - jevu kvadratnu funkciju gubitka nastala je Inverzna Normalna Funkcija Gubitka (INLF\*), (Spiring, 1993), [2]. Funkcija gubitka INLF zasnovana je na inverziji funkcije gustine vjerovatnoće (pdf\*), zasnovane na normalnom zakonu raspodjele. Funkcija INLF razlikuje se od tradicionalne kvadratne funkcije gubitka u tome što je funkcija INLF ograničena i omogućava prihvatljivije procjene gubitka vezanog za odstupanja od postavljenog cilja procesa.

Sun, Laramee i Ramberg (1996) su na dalje poboljšali funkciju INLF u Inverznu Funkciju Vjerovatnoće Gubitka (IPLF\*), [2] ne ograničavajući se na normalni zakon raspodjele. U proizvodnji, funkcije gubitka izražavaju ekonomski posljedice prouzrokovane odstupanjima od ciljne vrijednosti. Kako različiti procesi imaju različite ekonomski posljedice, poželjno je bilo da se prilikom izvođenja funkcija gubitka uzme u obzir fleksibilnost.

#### 3.1. Osnovni oblik Inverzne Funkcije Vjerovatnoće Gubitka (IPLF) i očekivane vrijednosti funkcije gubitka

Funkcija gubitka IPLF zasnovana je na inverziji funkcije gustine vjerovatnoće. Ova vrsta funkcije gubitka zadovoljava sljedeće kriterije:

- gubitak je uvijek pozitivan,
- minimalna vrijednost gubitka je u ciljnoj vrijednosti,
- ima monotono rastući tok, odstupajući od ciljne vrijednosti i doseže mjerljivi maksimum.

---

\* INLF – Inverted Normal Loss Function

• pdf – probability density function

^ IPLF – Inverted Probability Loss Function

Neka je  $g(x, T)$  neka moguća funkcija gustine vjerovatnoće (pdf) takva da je

$$\sup_{x \in \Omega} g(x, T) = m, \quad (7)$$

gdje  $\sup_{x \in \Omega} g(x, T)$  označava supremum od  $g(x, T)$  u domenu  $\Omega$  realizacija parametra x.

Osnovni oblik inverzne funkcije vjerovatnoće gubitka (IPLF) glasi, [2]

$$L(x, T) = K \left( 1 - \frac{g(x, T)}{m} \right), \quad \forall x \in \Omega, \quad (8)$$

gdje x označava rezultate mjerena, K je maksimalni gubitak i T je ciljna vrijednost procesa.

Osnovni oblik očekivane vrijednosti funkcije gubitka, koristeći jednačinu (8) je dat u sljedećem obliku [2]:

$$E\{L(x, T)\} = \int_{\Omega} K \left( 1 - \frac{g(x, T)}{m} \right) f(x, \tilde{\theta}) dx = K \left( 1 - \frac{1}{m} \int_{\Omega} g(x, T) f(x, \tilde{\theta}) dx \right), \quad (9)$$

gdje je :

$\Omega$  - domen rezultata mjerena,

$f(x, \tilde{\theta})$  - funkcija raspodjele rezultata mjerena procesa x prostora  $\Omega$ ,

$\tilde{\theta}$  - očekivana (srednja vrijednost rezultata mjerena).

Lako je dokazati da je vrijednost funkcije IPLF, definisane jednačinom (8), uvijek između 0 i K, zadovoljavajući osobine osnovne vrste funkcija gubitka i lako se modifikuje prilagođavajući se potrebama u praksi, uzimajući i u obzir asimetričnost gubitka oko ciljne vrijednosti. Za slučajevе, gdje je svaki maksimalni gubitak i/ili oblik funkcije gubitka različit na svakoj strani od ciljne vrijednosti, funkcija IPLF može biti prikazana kombinovano na sljedeći način [2]:

$$L(x, T) = \begin{cases} K_1 \left( 1 - \frac{g_1(x, T)}{m_1} \right) & \text{ako } x < T \\ K_2 \left( 1 - \frac{g_2(x, T)}{m_2} \right) & \text{ako } x > T \end{cases} \quad (10)$$

U daljem tekstu, koristeći gornje osnovne jednačine, razvit ćemo funkciju gubitka zasnovanu na funkciji gustine vjerovatnoće normalnog zakona raspodjele i s njom vezani očekivani gubitak.

### 3.1.1. Inverzna Normalna Funkcija Gubitka

Funkcija gustine vjerovatnoće (pdf) zasnovana na normalnom zakonu raspodjele, glasi:

$$g(x, T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L} \exp\left\{-\frac{(x-T)^2}{2\sigma_L^2}\right\}, \quad -\infty < x < +\infty \quad (11)$$

gdje T označava ciljnu vrijednost,  $\sigma_L^2$  označava disperziju, odnosno mjeru rasipanja vrijednosti slučajne veličine x oko T.

Supremum od  $g(x,T)$  u ovom slučaju je  $m = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L}$  i rezultira u sljedećoj funkciji IPLF [2]:

$$L(x,T) = K \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{(x-T)^2}{2\sigma_L^2} \right\} \right), \quad -\infty < x < +\infty \quad (12)$$

Ako nam je poznata funkcija raspodjele rezultata mjerjenja  $f(x,\tilde{\theta})$ , a koristeći funkciju IPLF, onda možemo izraziti očekivanu vrijednost funkcije gubitka.

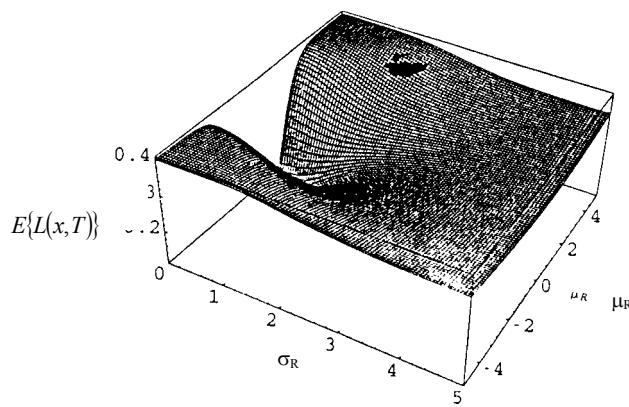
Na primjer ako rezultati mjerjenja procesa slijede normalnu raspodjelu, odnosno  $N(\mu_R, \sigma_R)$ , onda je

$$f(x,\tilde{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp \left\{ -\frac{(x-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2} \right\}, \quad (13)$$

a očekivana vrijednost funkcije gubitka, data jednačinom (9), za funkciju IPLF definisanu jednačinom (8) glasi, [2]:

$$E\{L(x,T)\} = K \left( 1 - \frac{\sigma_L}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_L^2}} \exp \left\{ -\frac{(\mu_R - T)^2}{2(\sigma_L^2 + \sigma_R^2)} \right\} \right), \quad (14)$$

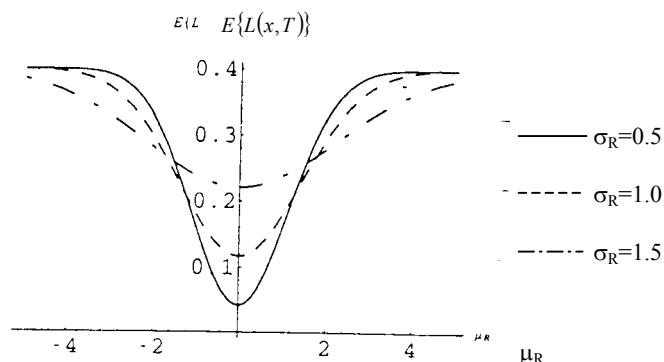
Za maksimalni gubitak  $K=0,4$ ;  $\sigma_L=1$  i  $T=0$  u jednačini (14), na Slici 2, [2] dat je trodimenzionalni prikaz očekivanog gubitka za različite kombinacije veličina srednje vrijednosti rezultata mjerjenja ( $\mu_R$ ) i standardne devijacije  $\sigma_R$ . Naravno, minimalni očekivani gubitak postignut je za  $\mu_R=0$  (tj. za  $T=\mu_R=0$ ) za sve vrijednosti  $\sigma_R$ . Znači ako se radi o simetričnom gubitku, najbolji rezultat procesa, odnosno najmanji gubitak, može se očekivati ako srednja vrijednost rezultata mjerjenja posmatranog procesa odgovara vrijednosti cilja ( $T$ ).



Slika 2. Trodimenzionalni prikaz funkcije očekivanog gubitka.

Ako sad prepostavimo da je varijabilnost procesa konstantna možemo dobiti očekivane vrijednosti funkcije gubitka u zavisnosti od vrijednosti  $\mu_R$  (Slika 3), [2].

Naravno, očekivani gubitak će biti manji što je  $\sigma_R$  manje, to jest što je rasipanje posmatrane veličine  $x$  oko ciljne vrijednosti  $T$  manje.

Slika 3. Funkcija očekivanog gubitka za različite vrijednosti  $\sigma_R$ .

#### 4. PRIMJER: ASIMETRIČNI PROCES – PROCES PUNJENJA BOCA TEČNOŠĆU

Razmatran je proces punjenja boca tečnošću, gdje svaka boca ima ciljnu vrijednost kapaciteta od 341 ml. Donja (prihvatljiva) granica punjenja boca iznosi 339 ml dok je maksimalno mogući kapacitet boce 343 ml. Računa se da je napunjena, odnosno da može biti direktno otpremljena u prodavnicu, ona boca koja je napunjena do visine jednake ili veće od donje granice. Međutim, boce koje su napunjene do visine ispod donje granice (339 ml) šalju se na doradu, odnosno na dopunjavanje, što iziskuje i dodatne troškove. Pri razmatranju termina 'gubitak u proizvodnji' vidimo da su nenapunjene boce važnije za posmatranje od prepunjene, odnosno dolazimo do zaključka da se radi o asimetričnom ekonomskom gubitku oko ciljne vrijednosti. Boce koje su napunjene do ispod 339 ml stvaraju gubitak zbog naknadne dorade (ispitivanjem je ustanovljeno da iznosi 0.5 po boci) i veći je od gubitka, koji stvaraju boce napunjene preko 341 ml, zbog viške tečnosti (0.1 po boci). Pod pretpostavkom da varijabilnost procesa ostaje konstantna, i primjer, zadajući proces punjenja tako da je centriran na 340 ml, zahtjeva dopunjavanje više boca nego ako je centriran na 340,5 ml. U tom slučaju javit će se više boca koje su prepunjene, tj. napunjene iznad dozvoljene vrijednosti. Znači mi moramo varirati ciljnu vrijednost u cilju postizanja optimalnog stanja procesa.

Pitanje slijedi : "Koju vrijednost varirane ciljne vrijednosti treba koristiti u procesu da bi se postigao minimalni gubitak, odnosno na koju veličinu je potrebno centrirati aparat za punjenje boca? Da li je to postavljena vrijednost cilja 341 ml, ili je to neka druga vrijednost?"

Cilj nam je da je svaka boca napunjena i iznosi 341 ml (gubitak je minimalan). Međutim, takav idealni proces je nemoguće izvesti. Sakupljeni podaci iz procesa naveli su na zaključak da pod standardnim uslovima rada, posmatrana karakteristika slijedi zakon normalne raspodjele parametara  $\sigma_R=0,5$  ml i srednje vrijednosti rezultata mjerjenja  $\mu_R$ .

Zadatak ćemo riješiti koristeći prvo Taguchi-jevu funkciju, a zatim IPLF funkciju gubitka.

##### 4.1. Taguchi – jeva funkcija gubitka

Veličine date zadatkom :

- donja granica tolerancije DGT iznosi 339 ml
- prosječni gubitak vezan za donju granicu tolerancije iznosi 0.5

- gornja granica tolerancije GGT iznosi 343 ml
- prosječni gubitak vezan za gornju granicu tolerancije iznosi 0.1
- nominalna vrijednost posmatranog parametra (volumen)-ciljna vrijednost  $m=T=341\text{ml}$

Pošto se radi o asimetričnoj funkciji gubitka, funkciju ćemo posmatrati iz dva dijela, i to za područje  $0 < x < 341 \Rightarrow L_1(x)$  i za područje  $341 < x < +\infty \Rightarrow L_2(x)$   
Na osnovu jednačine (3) slijedi da je :

$$L_1(x) = k_1(x-m)^2 \quad (15)$$

$$L_2(x) = k_2(x-m)^2 \quad (16)$$

gdje su:

$k_1$  – koeficijent funkcije gubitka koji zavisi od troškova prouzrokovanih doradom

$k_2$  – koeficijent funkcije gubitka koji zavisi od troškova prouzrokovanih viškom tečnosti

Iz jednačine (15) slijedi:

$$0.5 = k_1(339-341)^2 \Rightarrow k_1 = 0.125$$

Iz jednačine (16) slijedi:

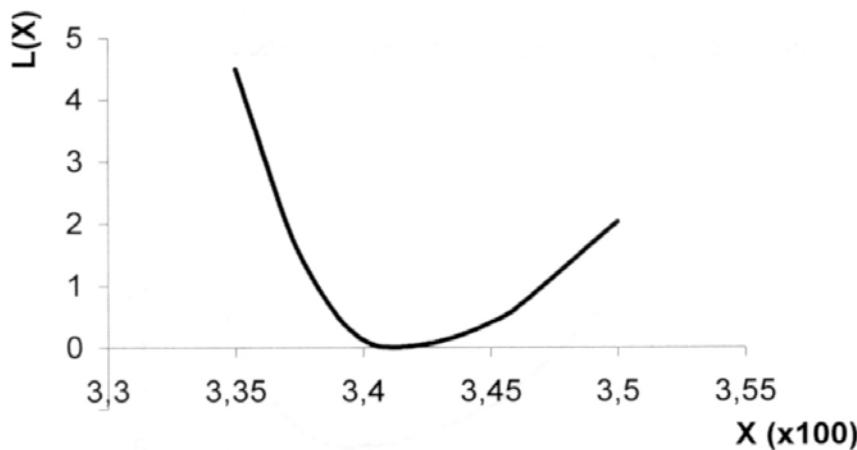
$$0.1 = k_2(343-341)^2 \Rightarrow k_2 = 0.025$$

Funkcija gubitka (Slika 4.):

$$L_1(x) = 0.125(x-341)^2 \text{ za } 0 < x < 341 \quad (17)$$

$$L_2(x) = 0.025(x-341)^2 \text{ za } 341 < x < +\infty \quad (18)$$

Naravno za vrijednost  $X=341$  gubitak je minimalan.



Slika 4. Taguchi-jeva funkcija gubitka za proces punjenja boca.

Osnovni oblik očekivane vrijednosti funkcije gubitka  $E\{L(x)\}$  glasi:

$$E\{L(x)\} = \int_0^{+\infty} L(x) f_x(x) dx \quad (19)$$

gdje je :

$L(x)$  – funkcija gubitka

$f_X(x)$ - funkcija raspodjele vjerovatnoće slučajne promjenjive X

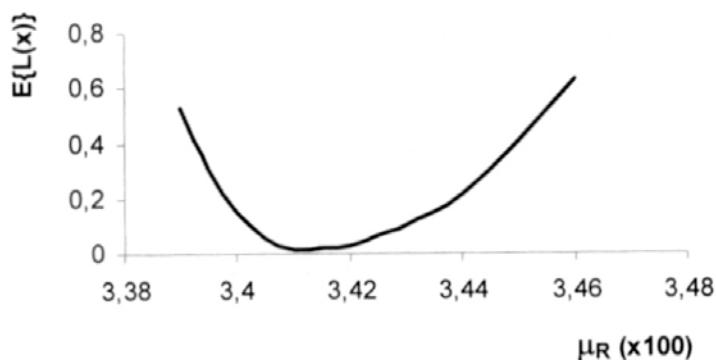
Pošto slučajna promjenjiva X slijedi zakon Normalne raspodjele  $N(\mu_R, \sigma_R)$ , onda funkcija  $f_X(x)$  glasi:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left\{-\frac{(x-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2}\right\}, \quad 0 < x < +\infty \quad (20)$$

Iz jednačina (17), (18), (19) i (20) slijedi očekivana vrijednost funkcije gubitka:

$$\begin{aligned} E\{L(x)\} &= \int_0^{341} 0.125(x-341)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left\{-\frac{(x-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2}\right\} dx + \int_{341}^{+\infty} 0.025(x-341)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left\{-\frac{(x-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2}\right\} dx \\ &\text{odnosno} \\ E\{L(x)\} &= 0.25 \int_0^{341} (x-341)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-2(x-\mu_R)^2\right\} dx + 0.05 \int_{341}^{+\infty} (x-341)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-2(x-\mu_R)^2\right\} dx \end{aligned} \quad (21)$$

Očekivana vrijednost funkcije gubitka zavisno od vrijednosti  $\mu_R$  data je na Slici 5.



Slika 5. Očekivana vrijednost Taguchi-jeve funkcije gubitka za proces punjenja boca.

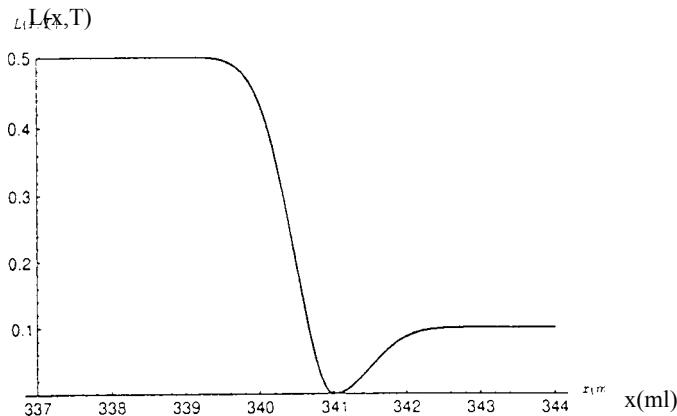
**Zaključak:** Prema Taguchi-jevoj funkciji, optimalno stanje procesa (minimalni gubitak) postiće se pri  $\mu_R=341$  ml, to jest, pri centriranju aparata za punjenje na 341ml može se očekivati minimalni gubitak procesa.

#### 4.2. IPLF – funkcija gubitka

Funkcija gubitka, vezana za proces punjenja boca ima mjerljivi maksimum (za nenapunjene boce iznosi 0.5, a za prepunjene 0.1). Ovaj primjer se zasniva na pretpostavci da posmatrana karakteristika procesa slijedi normalnu raspodjelu.

Pošto se radi se o asimetričnom gubitku, funkcija gubitka (IPLF), koristeći jednačine (10) i (12), data je na Slici 6. i sljedećim izrazom [2]:

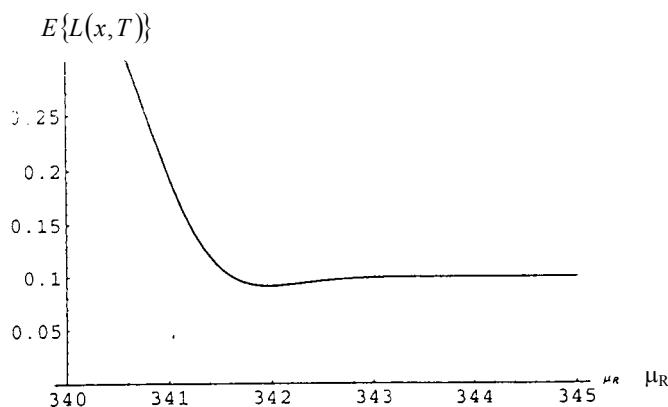
$$L(x, T) = \begin{cases} 0,5\left(1 - \exp\left\{-2(x - 341)^2\right\}\right) & za \quad x \in (0, 341) \\ 0,1\left(1 - \exp\left\{-2(x - 341)^2\right\}\right) & za \quad x \in (341, +\infty) \end{cases} \quad (22)$$

Slika 6. Funkcija  $L(x, T)$  za proces punjenja.

Očekivana vrijednost funkcije gubitka koristeći jednačinu (9) glasi [2]:

$$\begin{aligned} E\{L(x, T)\} &= 0.5\Phi\left(\frac{341 - \mu_R}{0.5}\right) + 0.1\left[1 - \Phi\left(\frac{341 - \mu_R}{0.5}\right)\right] - \\ &- 0.5 \int_{-\infty}^{341} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-2[(x - 341)^2]\right\} \times \exp\left\{-2[(x - \mu_R)^2]\right\} dx - \\ &- 0.1 \int_{341}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-2[(x - 341)^2]\right\} \times \exp\left\{-2[(x - \mu_R)^2]\right\} dx \end{aligned} \quad (23)$$

i predstavlja očekivani gubitak zavisno od varijacija veličine  $\mu_R$  (Slika 7), [2].



Slika 7. Funkcija očekivanog gubitka za proces punjenja.

**Zaključak:** Koristeći vrijednost  $\mu_R$  za koju je očekivani gubitak minimalan, dobit ćemo "optimalno" stanje procesa. U ovom slučaju (slika 7), pod normalnim radnim uslovima, za vrijednost  $\mu_R=342$  ml imamo optimalno postavljeni proces. To znači da je potrebno

aparat za punjenje centrirati na vrijednost 342 ml kako bi mogli očekivati minimalne gubitke, što je u suprotnosti sa zaključkom dobivenim pri korištenju Taguchi-jeve kvadratne funkcije gubitka.

Koji je zaključak tačan?

**Komentar :** Odgovor na ovo pitanje ne može se dati samo na osnovu teorijske analize, već je potrebno izvršiti proces u praksi. To su ustvari dva kriterija za izbor metode (teorijski i praktični).

Teorijskom analizom dobit ćemo odgovor upoređujući minimalne vrijednosti gubitka za slučaj korištenja Taguchi – jeve funkcije i za slučaj korištenja IPLF funkcije.

U praksi se zatim može realizovati proces punjenja na N boca kada je aparat centriran na 341 ml i na N boca kada je aparat centriran na 342 ml. Izračunavanjem ostvarenog gubitka u praksi u ova dva slučaja dolazimo do novog zaključka koji može, a ne mora, da je u saglasnosti sa teorijskim rezultatom. Naravno, mjerodavniji je rezultat iz prakse.

## 5. ZAKLJUČAK

Sve veća primjena funkcija gubitka u oblasti unapređenja kvaliteta, stvara potrebu za realnim i tipičnim funkcijama gubitka. Taguchi-jeva i IPLF funkcija gubitka omogućavaju analitičarima, sa širokim varijacijama funkcija gubitka, da precizno prikažu gubitak procesa.

Ovaj rad je samo dotakao problematiku funkcija gubitka. Danas u svijetu toj problematici se pridaje poseban značaj, jer smanjiti gubitak na najmanju moguću mjeru je jedan od važnijih faktora u cilju unapređenja kvaliteta.

## 6. LITERATURA

- /1/ N. Bijedić: "Elementi, statistika, vjerovatnoća i planiranje eksperimenata", Univerzitet "DŽ. Bijedić" u Mostaru, Mašinski fakultet, Mostar, 1998,
- /2/ Fred A., Spiring, A. S. Yeung,: "A General Class of Loss Function with Industrial Applications", Journal of Quality Technology, No.2, 1998, April, 152-162,
- /3/ V. Vulanović, i ostali: "Sistem kvaliteta – OSNOVE", Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Institut za Industrijske sisteme i IIS – Istraživački tehnološki centar, Novi Sad, 1996,
- /4/ V. D. Majstorović, i ostali: "Sistem kvaliteta –METODE I TEHNIKE", Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, Institut za industrijske sisteme i IIS – Istraživački tehnološki centar, Novi Sad, 1996.